Einsendeaufgaben – Lektion 4

Modul 61111: Mathematische Grundlagen

Aufgabe 4.4

Sei $\varepsilon > 0$ beliebig. Nach dem Satz des Eudoxos existiert ein $n_0 \in \mathbb{N}$, sodass

$$n_0 > \frac{16}{\varepsilon}.$$

Für alle $n \geq n_0$ gilt:

$$\left|\frac{2n-14}{n+1} - 2\right| = \left|\frac{2n-14-2n-2}{n+1}\right| = \left|\frac{-16}{n+1}\right| = \frac{16}{n+1} \leq \frac{16}{n_0+1} \leq \frac{16}{n_0} < \frac{16}{\frac{16}{\varepsilon}} = \varepsilon$$

Also gilt $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n-14}{n+1} = 2.$
Wir setzen $\varepsilon = \dfrac{1}{4}$ und bestimmen N:

$$N > \frac{16}{\frac{1}{4}} = 64.$$

Wir wählen $N = 65$ und verifizieren die Konvergenz an:
Für alle $n \geq N = 64$ gilt

$$\left|\frac{2n-14}{n+1} - 2\right| \leq \frac{16}{64} = \frac{1}{4} = \varepsilon.$$