

Einsendaufgaben – Lektion 1

Modul 61111: Mathematische Grundlagen

Aufgabe 1.5

Seien $b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und

$$A := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{b} \\ \frac{1}{b} & 1 \end{pmatrix}, \quad B := \begin{pmatrix} 1 & b \\ b & 1 \end{pmatrix}.$$

Behauptung: $AB = A + B$.

Beweis:

$$\begin{aligned} AB &= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{b} \\ \frac{1}{b} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & b \\ b & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + \frac{1}{b} \cdot b & 1 \cdot b + \frac{1}{b} \cdot 1 \\ \frac{1}{b} \cdot 1 + 1 \cdot b & \frac{1}{b} \cdot b + 1 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + 1 & b + \frac{1}{b} \\ \frac{1}{b} + b & 1 + 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2 & b + \frac{1}{b} \\ b + \frac{1}{b} & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{b} \\ \frac{1}{b} & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & b \\ b & 1 \end{pmatrix} = A + B. \quad \square \end{aligned}$$